## 基础课39 空间直线、平面的垂直

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 下面四个说法：①如果一条直线垂直于一个平面内的无数条直线，那么这条直线和这个平面垂直；②过空间一定点有且只有一条直线和已知平面垂直；③垂直于同一平面的两条直线互相平行；④经过一个平面的垂线的平面与这个平面垂直.其中正确的说法个数是（ C ）.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

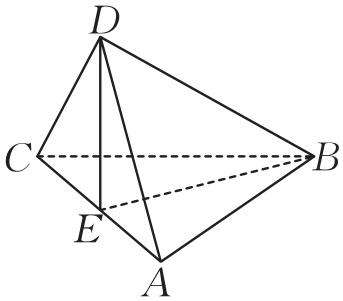
[解析]如果一条直线与一个平面内的无数条平行线垂直，那么这条直线可能在平面内，可能与平面平行，也可能与平面斜交，故①错误；由线面垂直的性质可知，过空间一定点有且只有一条直线和已知平面垂直，故②正确；由线面垂直的性质可知，垂直于同一平面的两条直线互相平行，故③正确；由面面垂直的判定定理可知，经过一个平面的垂线的平面与这个平面垂直，故④正确.故选.

2. 已知，是不同的直线， ， 是不同的平面，则下列条件能使 成立的是（ B ）.

A. ， B. ， C. ， D. ，

[解析]由 ， ，不能说明 与 的关系，错误；由 ， 能够推出 ，正确；由 ， 可以得到 与平面 平行、相交或在平面 内，错误； ，，则 与平面 可能平行，错误.故选.

3. 如图，在三棱锥中，若,，是的中点，则下列说法中正确的是（ C ）.



A. 平面 平面

B. 平面 平面

C. 平面 平面，且平面 平面

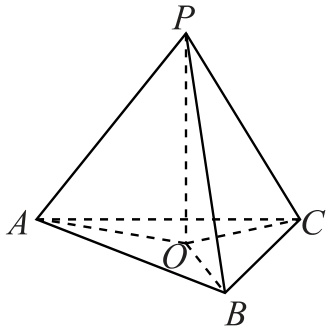
D. 平面 平面，且平面 平面

[解析]对于，因为,，是 的中点，所以,，因为， 平面, 平面，所以 平面，因为 平面，所以平面 平面，同理，平面 平面，正确；对于，，由于平面 平面，而平面 平面，故平面 与平面 不垂直，同理可得，平面 与平面 不垂直，，错误；对于，平面 与平面 不一定垂直，错误.故选.

4. [2024·济南摸底]若是所在平面外一点，且，，则点在所在平面内的射影是的（ D ）.

A. 内心 B. 外心 C. 重心 D. 垂心

[解析]如图所示，因为,，且，， 平面，



所以 平面，所以，

同理，，所以 是 的垂心.故选.

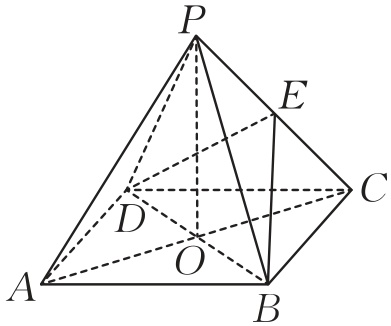
5. （改编）阅读下面题目及其证明过程，在横线处应填写的正确结论是（ C ）.

如图，在四棱锥中，底面是正方形，是正方形的中心， 底面，是线段上的任意一点，求证：平面 平面.

证明：因为 底面，所以.

又因为，且，所以  .

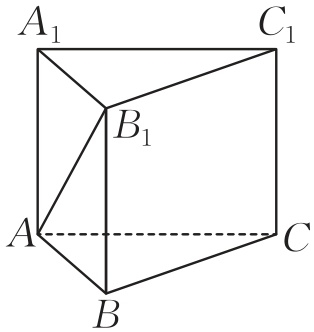
又因为 平面，所以平面 平面.



A. 平面 B. 平面 C. 平面 D. 平面

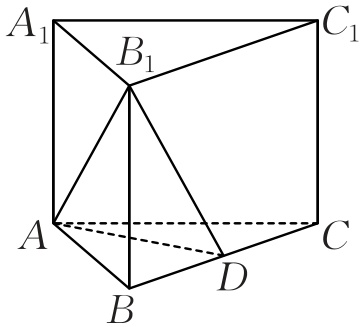
[解析]因为 底面，所以.又因为，且， 平面, 平面，所以 平面.又因为 平面，所以平面 平面.故选.

6. 如图，在正三棱柱中，若，则与平面所成的角的大小为（ A ）.



A. B. C. D.

[解析]如图，取 的中点，连接，，



且，， 平面， 平面，

平面，

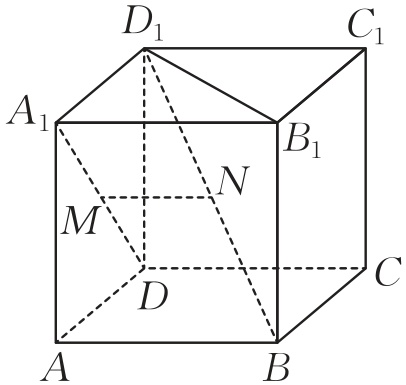
为 与平面 所成的角.

设，则，，，

， .

即 与平面 所成的角为 .故选.

7. （改编）如图，已知正方体，，分别是，的中点，则（ C ）.



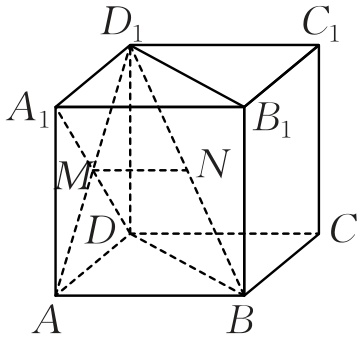
A. 直线与直线相交，直线平面

B. 直线与直线平行，直线 平面

C. 直线与直线垂直，直线平面

D. 直线与直线异面，直线 平面

[解析]如图，连接，易知 与 互相平分，即 是 的中点，又 是 的中点，所以，而 平面， 平面，故 平面，又四边形 是正方形，则，又，所以 平面，所以.故选.



8*.*(2024·九省适应性测试)设*α*,*β*是两个平面,*m*,*l*是两条直线,则下列命题为真命题的是(C)*.*

A*.*若*α*⊥*β*,*m*∥*α*,*l*∥*β*,则*m*⊥*l*

B*.*若*m*⊂*α*,*l*⊂*β*,*m*∥*l*,则*α*∥*β*

C*.*若*α*∩*β=m*,*l*∥*α*,*l*∥*β*,则*m*∥*l*

D*.*若*m*⊥*α*,*l*⊥*β*,*m*∥*l*,则*α*⊥*β*

[解析]对于A,*m*,*l*可能平行、相交或异面,故A错误;对于B,*α*,*β*可能相交或平行,故B错误;对于D,*α*,*β*平行,故D错误*.*由线面平行的性质可知C正确*.*

故选C*.*

#### 综合提升练

9. （多选题）下列说法中正确的是（ ABD ）.

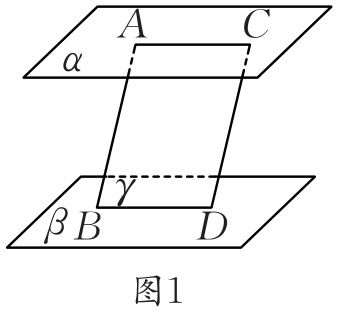
A. 夹在两个平行平面间的平行线段相等

B. 三个两两垂直的平面的交线也两两垂直

C. 如果直线平面 ， ，那么过点且平行于直线的直线有无数条，且一定在 内

D. 已知，为异面直线， 平面 ， 平面 ，若直线满足，， ， ，则 与 相交，且交线平行于

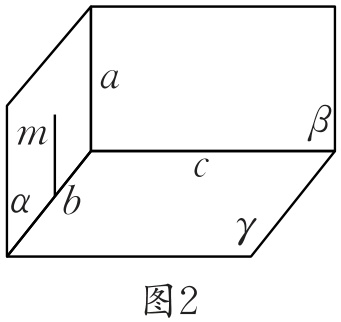
[解析]如图1， ,,且 , , , ，求证：.



因为,所以过,可作平面 ，且平面 与平面 和 分别相交于 和.

因为 ，所以，所以四边形 是平行四边形，所以,故 正确；

如图2，平面 ， ， ，，，，



在平面 内作异于 的直线，因为 ，，所以 ，

因为 ，所以 ， ，，所以，则 ，

又因为，，所以 , ，则,，

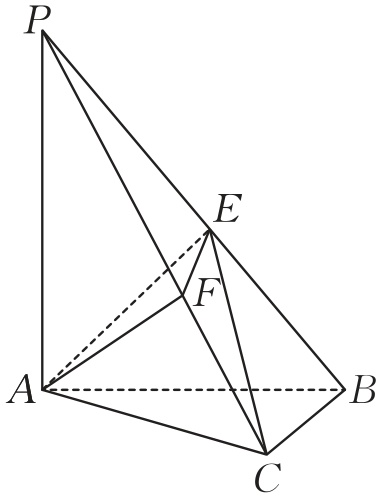
同理可得，，所以,,，故 正确；

若直线 平面 ， ，在平面 内过点 且平行于直线 的直线有且只有一条，故 错误；

因为，为异面直线， 平面 ， 平面 ，所以 与 相交，但未必垂直，且交线垂直于直线，，

又直线 满足，，所以交线平行于，故 正确.故选.

10. （多选题）在《九章算术》中，将四个面都为直角三角形的三棱锥称之为鳖臑.如图，在鳖臑中， 底面,，作于点,于点，则下列结论正确的是（ ACD ）.



A. 平面 B. 平面

C. 三棱锥是鳖臑 D. 三棱锥是鳖臑

[解析]对于，因为 平面，且 平面，所以，由，可得，因为 且 平面, 平面，所以 平面，所以 正确；

对于，因为 平面， 平面，所以，又因为，且， 平面, 平面，所以 平面，所以 与平面 不垂直，所以 不正确；

对于，因为 平面，且 平面, 平面，所以,，所以,都为直角三角形，又，所以 为直角三角形，因为 平面， 平面，所以，所以 为直角三角形，根据鳖臑的定义，可得三棱锥 是一个鳖臑，所以 正确；

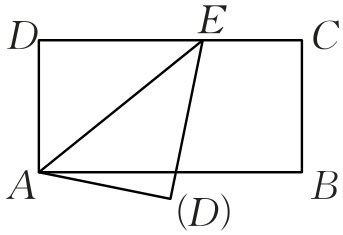
对于，因为 平面，且 平面, 平面，所以,，所以,都为直角三角形，因为，所以 为直角三角形，因为 平面， 平面，所以，因为，且， 平面, 平面，所以 平面，又因为 平面，所以，所以 为直角三角形，根据鳖臑的定义，可得三棱锥 是一个鳖臑，所以 正确.故选.

11. 已知在长方形中，,,为线段上任意一点,现将沿折起，使得平面 平面，则的取值范围是  .

[解析]当平面 平面 时，点 恰好在直线 的正上方，则当 沿 翻折到平面 上时，点 一定在直线 的下方，如图.

当 为 的中点时， ，所以 ,则,即，

所以 的取值范围是.



12. 在三棱锥中，能证明的条件是①③④.

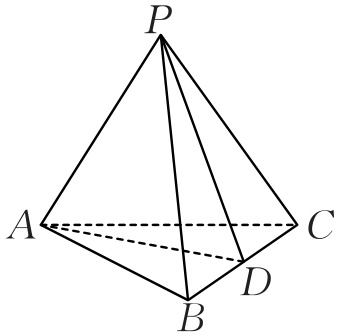
①，；

②，；

③平面 平面，；

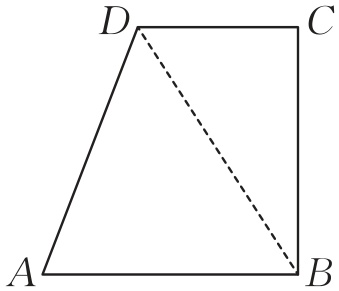
，.

[解析]对于①，因为，，， 平面, 平面，所以 平面，因为 平面，所以，①满足条件；对于②，，，无法证明，②不满足条件；对于③，因为平面 平面，平面 平面，， 平面，所以 平面，又 平面，所以，③满足条件；对于④，如图，取 的中点，连接,，因为，为 的中点，所以，同理可得，因为， 平面, 平面，所以 平面，因为 平面，所以，④满足条件.

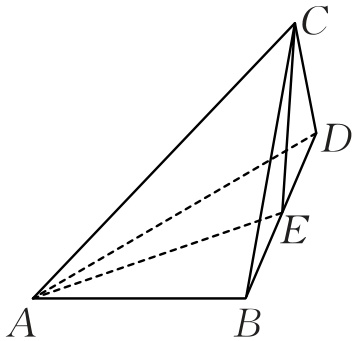


#### 应用情境练

13. 如图，四边形是一块直角梯形加热片，， ，.现将沿折起，成为二面角是 的加热零件，则,间的距离是4.（所有器件厚度忽略不计）

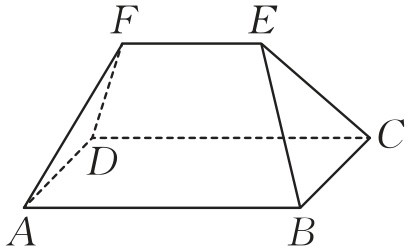


[解析] 四边形 是一块直角梯形加热片，， ，，为等边三角形，,，如图，设 为 的中点，连接，，则，又二面角 是 ，

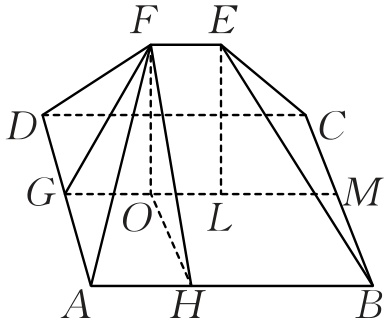


平面， 平面，，又，，.

14. 庑殿顶是中国古代建筑的一种屋顶样式，它的屋面有四面坡，前后坡屋面全等且相交成一条正脊，两山屋面全等与前后屋面相交成四条垂脊，由于屋顶四面斜坡，也称“四阿顶”.庑殿顶的顶盖几何模型图如图所示，底面是矩形，若四个侧面与底面所成的角均相等，且,，则3.

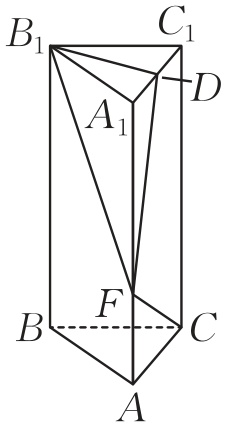


[解析]如图，取,的中点,，连接，过点 作 平面 于点，过点 作 平面 于点，作 于点，连接,，因为底面 是矩形，所以，又因为 平面， 平面，所以 平面，又因为 平面，平面 平面，所以，因为平面，平面 与底面 所成的角相等，所以点,在直线 上，且，，根据三垂线定理可得，为平面 与平面 所成的角，为平面 与平面 所成的角，所以，又 为公共边，所以，所以，同理，所以.



#### 创新拓展练

15. 如图，在直三棱柱中，底面是以为直角的等腰直角三角形，，，是的中点，点在线段上，当  或  时， 平面.



[解析]由已知得 是等腰直角三角形，，是 的中点，.

平面 平面，平面 平面， 平面.

又 平面，.

若 平面，则.

设，则，

,，

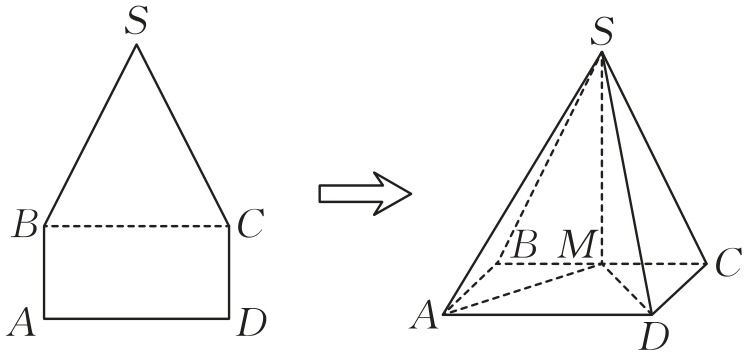
，

解得 或.

16. 如图，五边形中的四边形是矩形，，，沿折叠成四棱锥，是的中点，.

（1）在四棱锥中，可以满足条件，，.请从中任选两个作为补充条件，证明：侧面 底面.（注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分）

（2）在（1）的条件下,求点到平面的距离.



[解析]（1）方案一：选条件①②.

因为在四棱锥 中，，为 的中点，所以，

在 中，，，解得，

又因为四边形 为矩形，，所以，.

因为，，，所以，则.

因为，, 平面，所以 平面.

因为 侧面，所以侧面 平面.

方案二：选条件①③.

因为在四棱锥 中，，为 的中点，所以，

在 中，，，，

由正弦定理可得，即，

所以，所以，即，

因为，, 平面，所以 平面，

因为 侧面，所以侧面 平面.

方案三：选条件②③.

因为在四棱锥 中，，为 的中点，

所以，

在 中，，，解得，

又因为四边形 为矩形，，所以，

所以，

在 中，，则，

设，由余弦定理可得，

整理可得，解得 或（舍去），所以.

因为，，，所以，

则.

因为，， 平面，所以 平面，

因为 侧面，所以侧面 平面.

（2）在（1）的条件下， 平面，

因为 为 的中点，，，

在 中，，，则，

所以，则，

，

在 中，，，则，

所以，

所以，

设点 到平面 的距离为，由 可得，所以.

因此点 到平面 的距离为.